3. *Елизаров А.М.* Некоторые экстремальные задачи теории крыла // Изв. вузов. Математика. – 1988. – N 10. – С. 71-74.

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА ГАЗЕМАНА ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Расулов К.М., Фатулаев Б.Ф.
Смоленский государственный педагогический институт

Пусть T^+ – конечная односвязная область на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$, ограниченная простой замкнутой гладкой кривой L. В качестве направления положительного обхода на контуре L примем тот, при котором область T^+ остается слева. Через T^- будем обозначать дополнение $T^+ \cup L$ до полной плоскости.

Рассмотрим следующую краевую задачу. Требуется найти все кусочно-бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ с линией скачков L, изчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L следующим двум условиям

$$F^+[\alpha(t)] = G_0(t) \cdot F^-(t) + g_0(t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial F^+[\alpha(t)]}{\partial n_+} = -G_1(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-} + it'g_1(t), \tag{2}$$

где $\partial/\partial n_+$ $(\partial/\partial n_-)$ – производная по внутренней (внешней) нормали к L, $L \in C^2_\mu$ (т. е. кривая L задается уравнением $t = x(s) + iy(s)$, где $x(s), y(s) \in H^{(2)}(L)$), i – мнимая единица, $t' = dt/ds$, а $G_k(t)$, $g_k(t)$ $(k = 0,1)$ – заданные на L функции, причем $G_k(t) \in H^{(3-k)}(L)$, $g_k(t) \in H^{(2-k)}(L)$ и $G_k(t) \neq 0$ на L; $\alpha(t)$ – сохраняющий ориентацию гомеоморфизм L на себя и, кроме того, $\alpha'(t) \neq 0$, $\alpha(t) \in H^{(2)}(L)$.

Сформулированную задачу будем называть задачей $H_{2,2}$. Сразу отметим, что в случае $\alpha(t) \equiv t$ она подробно исследована в работах К.М.Расулова [1-3]. В данной работе изучен случай $\alpha(t) \not\equiv t$. Решение будем искать в виде (см. также [1])

$$F^+(z) = \varphi_0^+(z) + \bar{z}\varphi_1^+(z), \quad z \in T^+; \tag{3a}$$

$$F^-(z) = \varphi_0^-(z) + \bar{z}\varphi_1^-(z), \quad z \in T^-; \tag{3б}$$

где $\varphi_k^+(z)$ ($\varphi_k^-(z)$) – аналитические в T^+ (T^-) функции, причем $\varphi_1^-(z)$ имеет на бесконечности нуль не ниже второго порядка (т. е. $\varphi_1^-(z) = O(1/z^2)$ при $z \to \infty$). Так как $L \in C_\mu^2$, то имеем (см., например, [3], с.80):

$$\frac{\partial}{\partial n_\pm} = \pm i\left\{t'\frac{\partial}{\partial t} - \overline{t'}\frac{\partial}{\partial \bar{t}}\right\}, \quad t' = \frac{dt}{ds}. \tag{4}$$

Поэтому с учетом (3а) и (3б) краевые условия (1) и (2) можно переписать соответственно в виде

$$\varphi_0^+[\alpha(t)] + \overline{\alpha(t)} \cdot \varphi_1^+[\alpha(t)] = G_0(t)[\varphi_0^-(t) + \bar{t}\varphi_1^-(t)] + g_0(t), \tag{5}$$

$$\alpha'(t) \cdot t' \cdot \frac{d\varphi_0^+[\alpha(t)]}{dt} + \alpha'(t) \cdot t' \cdot \overline{\alpha(t)} \cdot \frac{d\varphi_1^+[\alpha(t)]}{dt} - \overline{\alpha'(t)} \cdot \overline{t'} \cdot \varphi_1^+[\alpha(t)] =$$

$$= G_1(t)\left[t' \cdot \frac{d\varphi_0^-(t)}{dt} + t' \cdot \bar{t} \cdot \frac{d\varphi_1^-(t)}{dt} - \overline{t'} \cdot \varphi_1^-(t)\right] + t' \cdot g_1(t), \tag{6}$$

где $\alpha'(t) = d\alpha(t)/dt$.

Далее, используя метод, предложенный в [1], [3] при решении рассматриваемой задачи в случае $\alpha(t) \equiv t$, получаем следующий основной результат.

Теорема. *Решение задачи $H_{2,2}$ сводится к последовательному решению обобщенной задачи Газемана*

$$-\varphi_1^+[\alpha(t)] + G_1(t)\varphi_1^-(t) + \int_L A_{11}(t,\tau)\varphi_1^+[\alpha(\tau)]d\tau + \int_L B_{11}(t,\tau)\varphi_1^-(\tau)d\tau = Q_1(t) \tag{7}$$

и обычной задачи Газемана

$$\varphi_0^+[\alpha(t)] = G_0(t)\varphi_0^-(t) + Q_0(t) \tag{8}$$

относительно неизвестных кусочно-аналитических функций $\varphi_1^\pm(z)$ и $\varphi_0^\pm(z)$. При этом задача (7) не зависит от $\varphi_0^\pm(z)$, а свободный член

$Q_0(t)$ краевого условия задачи (8) содержит граничные значения кусочно-аналитической функции $\varphi_1^{\pm}(z)$; $A_{11}(t,\tau)$, $B_{11}(t,\tau)$, $Q_1(t)$ - функции, определенным образом выражаемые через $G_k(t)$ и $g_k(t)$ $(k = 0, 1)$.

Литература

1. *Расулов К.М.* О решении некоторых краевых задач типа Римана для полианалитических функций//Докл. АН СССР. - 1980. - Т. 252. - N 5. - С. 1059-1063.

2. *Расулов К.М.* Краевые задачи типа Римана для полианалитических функций, разрешаемые в замкнутой форме//Докл. АН СССР. - 1983. - Т. 270. - N 5. - С. 1061-1065.

3. *Расулов К.М.* Краевые задачи для полианалитических функций и некоторых их обобщений. Дис... докт. физ.-мат. наук. Минск, 1995. - 241 с.

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ГИЛЬБЕРТА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ В КРУГЕ ФУНКЦИИ[1]

Салимов Р.Б., Шабалин П.Л.

Казанская государственная
архитектурно-строительная академия

В работе рассматривается новый подход к решению задачи Гильберта (по терминологии Ф.Д.Гахова) с кусочно-гельдеровыми коэффициентами, основанный на непосредственном построении решения однородной задачи Гильберта в рассматриваемом классе функций по выбранной соответствующим образом ветви аргумента этого решения без использования регуляризирующего множителя.

1. Пусть L - окружность $|z| = 1, D$ - круг $|z| < 1$ в плоскости комплексного переменного. Требуется найти функцию $F(z)$, аналитическую

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект N 96-01-00110.